

COSMOLOGIE

Si les toutes premières théories de l'Univers étaient basées sur l'anthropocentrisme, notre mentalité d'aujourd'hui nous conduit à travailler dans des directions tout à fait opposées. La première hypothèse fondamentale de toute cosmologie moderne est le Principe Cosmologique d'isotropie et d'homogénéité de l'Univers à grande échelle. C'est un postulat de simplicité qui prétend que toutes les positions de l'Univers sont équivalentes, mises à part quelques irrégularités locales. Sur des échelles de l'ordre de centaines de Mpc, l'Univers contient plusieurs amas de galaxies et possède l'homogénéité statistique d'un gaz en équilibre stationnaire. S'il existe des superamas et des amas de superamas, les contrastes de densité s'ame- nuisent de plus en plus et justifient cette extrapolation. L'isotropie de rayonnement du corps noir à 3°K permet d'étendre le principe à une époque reculée de l'univers. Rien ne nous prouve cependant que l'anisotropie n'était pas présente dans les premières phases de l'Univers.

D'autre part nous admettrons les équations d'Einstein de la gra- vitation, basées sur le Principe d'Equivalence entre masses gravitationnelle et inertielle. En tout point il est possible de choisir un système de ré- férence inertielle local, tel que les lois physiques soient les mêmes que dans un référentiel non accéléré cartésien en l'absence de gravitation. Il n'existe pas de repère Newtonien absolu. L'inertie de tout corps est déter- minée par les masses de l'Univers et leur distribution. La répartition de la matière détermine la géométrie de l'espace en relativité générale. Nous allons d'abord présenter les géométries symétriques qui découlent du Principe Cosmologique avant d'aborder les différents modèles d'Univers.

I.- LA METRIQUE DE ROBERTSON-WALKER

En se basant sur les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie il est possible de décrire l'espace par un facteur d'échelle $R(t)$ et une constante k , avec la métrique suivante :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\}$$

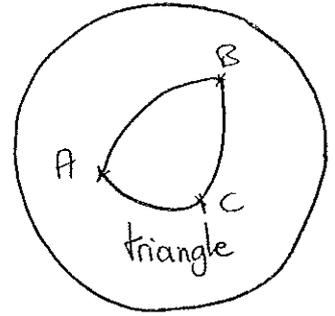
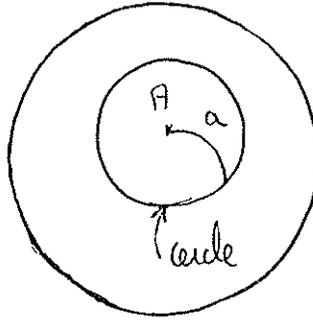
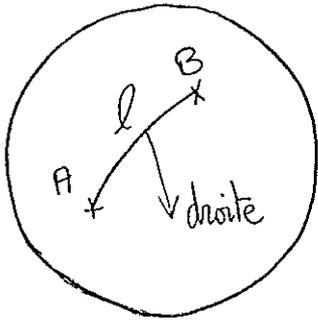
Le facteur d'échelle $R^2(t)$ est le même pour tous les éléments spatiaux de la métrique pour assurer une expansion uniforme.

Le facteur $f(r) = 1/(1-Kr^2)$ exprime la courbure de l'Univers. L'expression de la courbure à trois dimensions est en effet :

$$C = k R^{-2}(t)$$

Pour $k = -1$ ou $k = 0$ l'espace est infini, tandis que pour $K = +1$ l'espace est fini bien que sans frontières. Sa circonférence est alors proportionnelle à $R(t)$ et son volume à $R^3(t)$. Pour $K = +1$, l'Univers peut être considéré comme la surface d'une sphère de rayon $R(t)$ dans un espace Euclidien à quatre dimensions. $R(t)$ est alors baptisé le rayon de l'Univers. Par extension, dans les cas $k = -1$ ou 0 , $R(t)$ est le facteur d'échelle cosmique ou "rayon" caractéristique.

Pour se représenter cette courbure, il est bon de faire une analogie avec un espace à deux dimensions. L'espace sphérique est ainsi très bien représenté par une sphère de rayon R , de courbure constante $C = 1/R$. A la surface de la sphère, une droite est définie comme le plus court chemin d'un point à un autre : les droites sont donc des grands cercles de courbure C . Si d'un point A on trace un cercle de rayon a , sa circonférence est inférieure à $2\pi a$, de même la somme des trois angles d'un triangle est supérieure à π .



Toute longueur l , plus courte distance entre deux points A et B s'exprime en fonction de la corde correspondante r par :

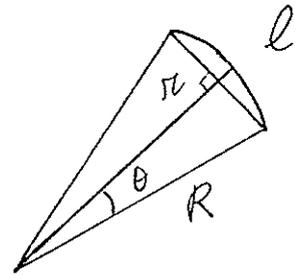
$$r = 2R \sin \frac{l}{2R}$$

puisque $l = 2\theta R$ et $r = 2R \sin \theta$ (cf fig. ci-contre)

Soit, en différentiant :

$$dr = d\ell \cos \frac{\ell}{2R} = d\ell \sqrt{1 - (r/2R)^2}$$

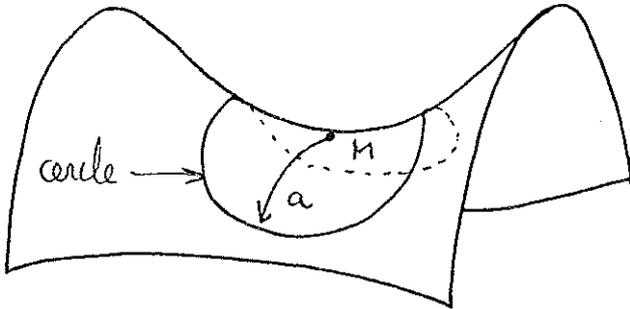
et normalisant $r' = r/2R$ $\ell' = \ell/2R$



$$\boxed{d\ell'^2 = \frac{dr'^2}{1 - r'^2}}$$

On retrouve bien l'analogie avec l'élément de métrique dans le cas elliptique fermé $K = 1$.

Le cas euclidien à courbure nulle $K = 0$ est bien sûr évident ($d\ell = dr$). Dans le cas hyperbolique à courbure négative ($K = -1$), $d\ell'^2 = \frac{dr'^2}{1 + r'^2}$ soit $\boxed{r' = \text{sh} \ell'}$. Dans cet espace, les longueurs sont inférieures aux "cordes", les circonférences de cercles de rayon a supérieur à $2\pi a$, la somme des angles d'un triangle inférieur à π . De plus, l'univers est alors infini : si on se déplace en ligne droite, on ne revient jamais à son point de départ comme dans le cas sphérique. Même à deux dimensions, il n'existe qu'une représentation imparfaite de cet espace, c'est le centre d'une selle de cheval dont la courbure est positive dans une direction et négative dans l'autre.



Dans ce genre de métrique, les coordonnées r, θ, ϕ forment un système comobile, dont l'origine peut être prise en n'importe quel point de l'espace. Ce référentiel comobile peut s'imaginer comme des lignes peintes sur la surface du ballon, sur lequel des pois représentent les galaxies. Au cours de

l'expansion (inflation du ballon), les pois s'éloignent, mais les lignes du repère les accompagnent, chaque galaxie garde les mêmes coordonnées.

Si le nombre de galaxies dans un volume comobile est constant, la densité $\rho(t)$ de galaxies varie comme :

$$\rho(t) \propto R^{-3}(t)$$

et la distance propre entre galaxies varie comme $R(t)$.

Redshift en fonction de $R(t)$:

Prenons par exemple l'origine des coordonnées en $r = 0$ sur la Terre, et considérons un signal lumineux se dirigeant dans la direction radiale (θ et ϕ fixés). Les trajectoires des rayons lumineux sont telles que $ds = 0$, soit :

$$cdt = R(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}$$

Si le signal lumineux a été émis par une galaxie située en r_1 au temps t_1 , il nous parviendra au temps t_0 donné par :

$$F(r_1) \begin{cases} \int_{t_1}^{t_0} cdt/R(t) = \int_0^{r_1} dr/\sqrt{1-kr^2} = F(r_1) \\ = \text{Arcsin } r_1 & \text{pour } K = + 1 \\ = r_1 & K = 0 \\ = \text{Argsh } r_1 & K = - 1 \end{cases}$$

Puisque r_1 est la coordonnée comobile de la galaxie, elle est indépendante du temps, donc $F(r_1)$ aussi. Si la galaxie émet un signal à la fréquence ν_1 , les maxima seront émis à des intervalles de temps $\delta t_1 = 1/\nu_1$. Le maximum émis à $t_1 + \delta t_1$ arrivera à l'observateur au temps $t_0 + \delta t_0$, tel que

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} = F(r_1)$$

Par différence avec l'équation précédente :

$$\frac{\delta t_0}{R(t_0)} = \frac{\delta t_1}{R(t_1)}$$

L'observateur reçoit donc le signal à une fréquence ν_0 , $\nu_0 = 1/\delta t_0$ telle que :

$$\frac{\nu_0}{\nu_1} = \frac{\delta t_1}{\delta t_0} = \frac{R(t_1)}{R(t_0)}$$

Par définition du redshift : $z = (\lambda_0 - \lambda_1)/\lambda_1$:

$$1 + z = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{R(t_0)}{R(t_1)}$$

$1 + z \propto R(t)^{-1}$

II.- LES EQUATIONS D'EINSTEIN :

Maintenant que sont définies les coordonnées d'espace-temps de l'Univers, quel en est le contenu physique ? Les équations d'Einstein relient la courbure de l'univers à la densité de ses constituants : matière et rayonnement. En relativité générale, toute masse courbe l'espace, ce qui permet de rendre compte de la déviation des rayons lumineux et des trajectoires des corps matériels, mais la pression est aussi source de gravitation, comme la densité. La courbure de l'espace est ainsi reliée au tenseur d'énergie-impulsion $T_{ij} = c^2 \rho g_{ij} + (P + \rho^2 c) V_i V_j$ où P et ρ sont

la pression et la densité (uniquement fonction du temps dans un univers uniforme et isotrope), V_i est la composante de la vitesse suivant la coordonnée i et g_{ij} le tenseur de métrique :

$$ds^2 = g_{ij} dx_i dx_j$$

A partir de la métrique, g_{ij} peut être calculé le tenseur de courbure ou tenseur de Riemann, du 4e ordre. La contraction du tenseur de courbure R_{ij}^K donne un tenseur du 2e ordre appelé tenseur de Ricci :

$$R_{ij} = g^{Kl} R_{Kilj}$$

Le tenseur de Ricci est symétrique $R_{ij} = R_{ji}$.

En contractant une fois encore, on obtient la courbure scalaire de l'espace : $R = g^{ij} R_{ij}$.

Les équations d'Einstein relient le tenseur de Ricci R_{ij} au tenseur énergie-impulsion :

$$\boxed{R_{ij} = -\frac{8\pi G}{c^4} S_{ij}} = -\frac{8\pi G}{c^4} [T_{ij} + \frac{1}{2} g_{ij} T_K^K]$$

(T_K^K est le tenseur énergie-impulsion contracté).

S_{ij} est le terme source. Sa composante "temporelle" est

$$S_{tt} = \frac{c^2}{2} (\rho c^2 + 3p) \quad (\text{énergie totale})$$

$$S_{it} = 0 \quad (i = x, y, z) \quad S_{ij} = \frac{c^2}{2} (\rho c^2 - p) g_{ij}$$

Le tenseur de Ricci s'exprime d'autre part en fonction de $R(t)$ le rayon caractéristique, \dot{R} et \ddot{R} par

$$R_{ij} = - (R\ddot{R} + 2\dot{R}^2 + 2k \frac{c^2}{R}) \frac{g_{ij}}{R^2} \quad (i = x, y, z)$$

pour une métrique de Robertson-Walker de paramètre K .

La composante temporelle est $R_{tt} = 3\ddot{R}/R$ et $R_{ti} = 0$.

Les équations d'Einstein conduisent au deux équations :

$$3\ddot{R} = -4\pi G (\rho + \frac{3p}{c^2}) R$$

$$R\ddot{R} + 2\dot{R}^2 + 2kc^2 = 4\pi G (\rho - \frac{p}{c^2}) R^2$$

En éliminant \ddot{R} à travers ces deux équations :

$$\dot{R}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2$$

Cette équation est la même que celle obtenue par dérivation newtonienne (cf "formation des galaxies") et permet de déduire la nature et le comportement de l'Univers selon K et la masse qu'il contient. ($K = 0$ et -1 univers infini en expansion continue, $K = +1$ univers fermé qui finira par se recontracter. On peut toujours se ramener à ces trois cas, par un choix de l'unité en r).

La constante cosmologique Λ :

En 1916 quand Einstein dériva les équations de relativité générale, on pensait que l'Univers était statique, c'est-à-dire $R(t)$ constant. Ceci n'est possible que si

$$\rho c^2 = -3P$$

(dans la première équation d'Einstein).

Il est évidemment absurde que la pression P ou la densité d'énergie ρc^2 soit négative, et Einstein ajouta dans ses propres équations, un an plus tard, une constante Λ :

$$R_{ij} = -\frac{8\pi G}{c^4} S_{ij} + \Lambda g_{ij}$$

où Λ fut promue au rang de constante fondamentale.

Cette modification revient à considérer une pression

$$P' = P - c^2 \Lambda / 8\pi G$$

et une densité

$$\rho' = \rho + \Lambda / 8\pi G$$

La condition pour que l'Univers soit statique devient alors :

$$\rho' c^2 = -3P' = \frac{3kc^4}{8\pi GR^2}$$

Pour l'Univers actuel dominé par la matière $P = 0$ et

$$\Lambda = \frac{kc^2}{R^2} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{\Lambda}{4\pi G}$$

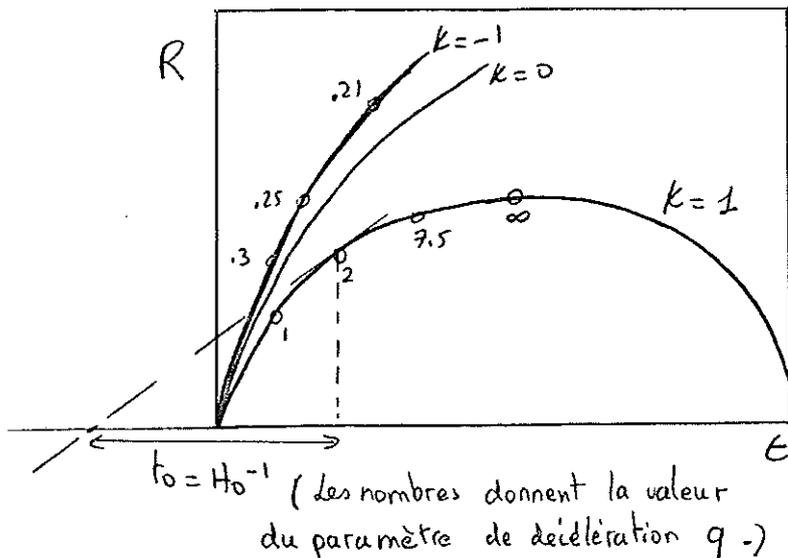
La constante cosmologique Λ doit donc être positive et l'univers est du type elliptique fermé ($k = +1$) sa courbure est constante et entièrement fixée par Λ .

Aujourd'hui l'expansion de l'Univers a fait perdre son intérêt à la constante Λ , mais elle est souvent maintenue dans les équations en tant que possibilité logique.

III.- LES MODELES COSMOLOGIQUES

Si l'on ne tient pas compte de la constante cosmologique Λ , les équations d'Einstein déterminent le comportement du facteur d'échelle $R(t)$ de l'Univers, comme précisé dans la figure ci-dessous. Les équations d'état et de conservation de l'énergie complètent alors la description de

- Solution des équations d'Einstein pour un univers Robertson-Walker.



ce qu'on appelle les modèles de Friedmann.

Tous ces modèles comportent une singularité à l'origine des temps, où $R(t) = 0$ et la densité d'énergie de l'Univers est infinie. Si la constante de Hubble $H = \dot{R}/R$ est égale à H_0 aujourd'hui ($t = t_0$), l'âge de l'Univers est nécessairement inférieur à $H_0^{-1} \approx 1,3 \cdot 10^{10}$ ans,

Cette série de modèles (modèle standard ou théorie du Big Bang) qui démarre par un Univers primordial très dense et très chaud sera décrite plus en détails plus loin, après avoir passé en revue les diverses hypothèses encore en compétition.

Le paradoxe d'Olbers :

Le seul fait que le ciel soit sombre la nuit permet de poser des contraintes à tout modèle cosmologique. En effet, si on néglige l'absorption,

la luminosité apparente d'une étoile de luminosité intrinsèque L située à une distance r est dans un modèle cosmologique ultrasimple, euclidien et statique, $L/4\pi r^2$. Si l'on suppose que la densité moyenne des étoiles est une constante n , dans un univers homogène et isotrope, (donc infini) la densité de rayonnement due à toutes les étoiles est alors, au point $r = 0$

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{L}{4\pi r^2}\right) 4\pi r^2 n dr = Ln \int_0^{\infty} dr$$

L'intégrale diverge, et l'on devrait être aveuglé par cette densité d'énergie infinie (et même grillé sur place...).

La solution ne se trouve pas dans l'existence d'un milieu inter-stellaire absorbant, comme le supposait Olbers, car dans un univers stationnaire à l'équilibre, le milieu rayonne comme un corps noir autant d'énergie qu'il en absorbe. La température du ciel devrait être au moins égale aux températures stellaires moyennes.

Dans un univers en expansion, la luminosité apparente ℓ d'une étoile (ou d'une galaxie) de luminosité intrinsèque L , peut être exprimée comme $\ell = L/4\pi d^2$ où d est la distance équivalente euclidienne :

$$d = R^2(t_0) \frac{r_1}{R(t_1)} = (1 + Z)R(t_0)r_1$$

où r_1 est la coordonnée comobile de la source, t_1 l'instant d'émission de la lumière, t_0 l'instant de réception. $R(t_0)r_1$ est la "distance métrique" de la source par définition ; il apparaît le terme du redshift $(1 + Z)$ au carré dans l'expression de la luminosité apparente, car $\ell \propto h\nu_0/\delta t_0$ et $\nu_0/\nu_1 = \delta t_1/\delta t_0 = (1 + Z)^{-1}$

$$\ell = \frac{LR^2(t_1)}{4\pi R^4(t_0)r_1^2}$$

Le nombre d'étoiles de luminosité entre L et $L + dL$, et ayant émis entre t_1 et $t_1 + dt_1$ est $dN = 4\pi R^2(t_1)r_1^2 n(t_1, L) c dt_1 dL$, et la densité d'énergie

reçue par l'observateur :

$$\iint \mathcal{L} dN = \int_{-\infty}^{t_0} L(t_1) \left[\frac{R(t_1)}{R(t_0)} \right]^4 dt_1$$

où : $L(t_1) = \int n(t_1, L) L dL$

Pour un modèle qui démarre à un instant fini $t_1 = 0$ comme le Big Bang, l'intégrale est nécessairement finie. Dans le cas plus général, il faut au moins que :

$$t_1 R^4(t_1) L(t_1) \rightarrow 0 \quad \text{quand} \quad t_1 \rightarrow -\infty$$

Le modèle stationnaire :

Bondi, Gold et Hoyle en 1948 suggèrent d'étendre le Principe Cosmologique d'homogénéité et d'isotropie à la coordonnée temporelle et créent le modèle stationnaire dans lequel les grandeurs observables comme la constante de Hubble H et le paramètre de décélération q sont des constantes dans le temps.

On a alors $\dot{R}/R = H$

$$R(t) = R(t_0) e^{H(t-t_0)}$$

et $q = -\ddot{R}R/\dot{R}^2 = -1$

On peut aussi montrer que pour que des distances lumineuses des sources soient compatibles avec le Principe Cosmologique, il faut aussi que l'espace soit plat $K = 0$ (ce qui n'empêche pas l'espace-temps d'être courbe). Une des nécessités du modèle est aussi la création continue de matière, pour maintenir la densité de galaxies constante malgré l'expansion. Cette création, au taux de 10^{-16} nucléons/cm³/an, est supposée s'effectuer dans les noyaux actifs de galaxies.

L'argument qui conduisit à abandonner ce modèle en 1965 fut la découverte du rayonnement cosmique à 3°K et la preuve qu'il apporte que l'Univers a connu une phase plus dense et plus chaude qu'aujourd'hui.

Modèles à constante G variable :

Les forces gravitationnelles sont remarquablement faibles relativement aux autres forces de la physique. Le rapport des forces électrique et gravitationnelle entre proton et électron est :

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} (Gm_p m_e)^{-1} = 0,2 \cdot 10^{40}$$

Par certaines coïncidences numériques, il a été suggéré que cette grande valeur, qui ne pouvait être justifiée en microphysique, était due à l'influence de l'Univers dans son ensemble.

Le rapport entre le rayon de l'Univers et le rayon classique de l'électron est en effet :

$$(C/H_0) / \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right) \sim 10^{40}$$

Ces coïncidences ont aussi été rapprochées des relations exprimant la densité des nucléons dans l'Univers n_0 . On a, en effet :

$$G n_0 m_p \approx H_0^2$$

Mais cette relation qui fait intervenir deux paramètres cosmologiques, est de tout autre nature, elle ne fait qu'exprimer le temps caractéristique $t_c \sim (G\rho)^{-1/2}$ de condensation de l'Univers.

Pour expliquer la première coïncidence, Dirac suggère en 1937 que ces relations sont fondamentales et se conservent dans le temps ; comme H varie avec t, il proposa que G aussi :

$$G \propto \dot{R}/R$$

D'autre part, puisque $G n_0 \propto H_0^2$:

$$G R^{-3} \propto \dot{R}^2/R^2$$

En éliminant G(t) à travers ces deux équations, il vient :

$$\dot{R} \propto R^{-2} \quad \text{ou} \quad R \propto t^{1/3}$$

La variation de G avec le temps est alors :

$$G \propto t^{-1}$$

Dans la cosmologie de Dirac, le fait que les forces gravitationnelles soient si petites par rapport aux autres forces physiques ne fait qu'exprimer que l'Univers est vieux. Toutefois, le taux de variation de G dans ce modèle est trop fort, et incompatible avec les observations de la distance des planètes (et même de la période des éclipses dans l'ancien temps). Les modèles de Brans-Dicke prédisent aussi une variation de G(t) plus lente et plus difficile à éliminer. (plus petit rayon de la Terre, luminosité du Soleil et température terrestre plus grandes autrefois ...).

IV.- LE MODELE STANDARD : SCENARIO :

Dans ce modèle, dit du "Big Bang", sont très bien expliqués l'expansion de l'Univers, son âge, la présence du rayonnement cosmique à 3°K et la synthèse de l'hélium et des éléments légers, comme nous allons le montrer, après avoir décrit les différentes phases thermiques.

Aujourd'hui l'Univers est dominé par la matière comme l'indique la comparaison des densités d'énergie contenues dans le rayonnement cosmique à 3°K, et dans les galaxies. Mais comme la densité de la matière varie comme R^{-3} et celle du rayonnement comme R^{-4} , le rayonnement domine au début de l'Univers jusqu'à une période t_{eq} dont nous avons parlé dans le chapitre "formation des galaxies". Nous allons maintenant détailler cette période radiative - ($T > 3000^{\circ}K$).

Puisque le rayonnement domine, la pression P est :

$$P = \frac{1}{3} \rho c^2$$

et les équations d'Einstein s'écrivent :

$$3\ddot{R} = -8\pi G\rho R$$

$$\dot{R}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2$$

En éliminant ρ entre ces deux équations et en négligeant k pour les petites valeurs de R , il vient :

$$\ddot{R} = - \dot{R}^2 / R$$

soit : $R \propto t^{1/2}$

D'autre part, $RT = \text{cste}$, à partir des valeurs numériques, on en déduit :

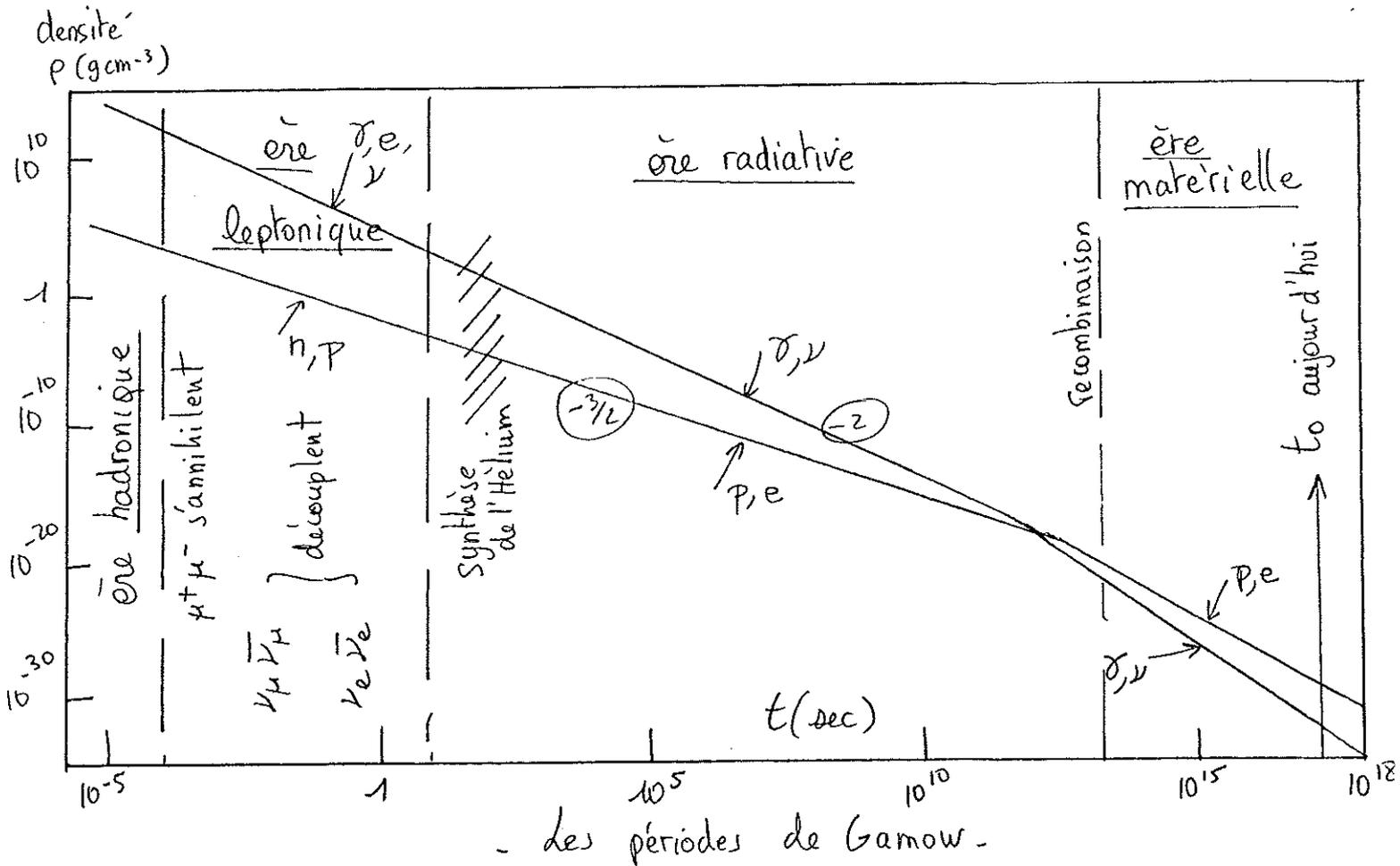
$$\boxed{T = 10^{10} / \sqrt{t(\text{sec})} \text{ } ^\circ\text{K}} = \left(\frac{128\pi G a}{3c^2} \right)^{-1/4} t^{-1/2}$$

($a = \text{constante de Stefan}$).

La température de 10^{10} K correspond pour l'énergie de chaque photon thermique à environ 1 MeV. A cette période, les électrons et positrons sont en équilibre avec le rayonnement par création de paires ($m_e \sim 0.5 \text{ MeV}$) et autour de $t = 1 \text{ sec}$, se situe ce que l'on appelle l'ère leptonique (dominée par les leptons).

Plus généralement une particule élémentaire de masse m est en équilibre avec le rayonnement thermique dès que $KT > mc^2$ ce qui permet de distinguer les périodes de Gamow :

- ① Très tôt dans l'Univers, $t < 10^{-4}$ sec, lorsque la température dépassait 10^{12} K ($\sim 100 \text{ MeV}$), l'espace contenait une très grande variété de particules photons, leptons, mésons, mais aussi nucléons et antiparticules, et hyperons. Cette période est difficile à étudier à cause de l'interaction forte entre nucléons et mésons. C'est l'ère hadronique (les hadrons incluent toutes les particules soumises à l'interaction forte.)
- ② En dessous de $T \sim 100 \text{ MeV}$, les muons $\mu^+ \mu^-$ commencent à s'annihiler. Une fois les muons disparus, à $T \sim 10^{11}$ K, les neutrons et antineutrons se découplent des autres particules, dès que leur temps d'interaction devient supérieur à l'âge de l'Univers. Seuls les e^\pm et les photons restent en équilibre thermique. C'est l'ère leptonique qui se termine vers $t \sim 5 \text{ sec}$ avec l'annihilation des électrons.



Il ne reste plus que les neutrinos et les antineutrinos d'une part, et les photons d'autre part en libre expansion (avec la température des photons 40% supérieure) et quelques nucléons reliques. Le rapport d'abondance entre neutrons et photons est alors gelé à une valeur de l'ordre de 5 en faveur des protons, en raison de leur différence de masse.

③ Pendant l'ère radiative qui suit, à une température de l'ordre de 10^9 K (100 sec), se produit la nucléosynthèse des éléments légers, deutérium, He^3 et surtout He^4 , l'hélium constituant alors 27% en masse du gaz dit "primordial".

④ Enfin, après la recombinaison, c'est dans l'ère matérielle que se forment les galaxies. C'est la période la plus longue, puisque la période radiative ne dure que 10^6 ans.

Pour quantifier le nombre de particules en équilibre thermique avec le rayonnement au cours des différentes périodes, il faut évaluer

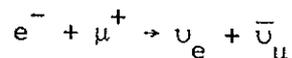
les intégrales :

$$N_i = \frac{g_i}{h^3} \int 4\pi p^2 dp [e^{\frac{E_i(p) - \mu_i}{KT}} \pm 1]^{-1}$$

N_i est la densité de l'espèce i , g_i son nombre d'états de spin ($g = 1$ pour les neutrinos et antineutrinos, $g = 2$ pour les photons, électrons, muons, nucléons et antiparticules).

$$E_i(p) = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}, \mu_i \text{ est le potentiel chimique correspondant.}$$

Le signe $+ 1$ correspond aux fermions et $- 1$ aux bosons. Les potentiels chimiques ($\mu = 0$ pour les photons) sont déterminés par les lois de conservation, en particulier μ est conservé dans toutes les réactions du genre :



ce qui permet de relier tous les potentiels entre eux. Il reste toutefois quatre grandeurs indépendantes qui caractérisent notre univers : N_Q la densité de charge, N_B la densité de baryons, N_E la densité de leptons électroniques, N_M la densité de leptons muoniques. L'Univers étant neutre à grande échelle $N_Q \sim 0$.

Si l'Univers était symétrique vis-à-vis des baryons et antibaryons dès son origine, après la période hadronique, le rapport baryons sur photons devrait décroître comme :

$$\eta = N_B/N_\gamma = 2,1 \left(\frac{m_p c^2}{KT}\right)^{3/2} e^{-(m_p c^2)/KT}$$

Vers $T \sim 30$ MeV, donc bien avant la première seconde de l'Univers $\eta \approx 10^{-9}$, la valeur que l'on mesure aujourd'hui.

Si l'annihilation des nucléons et antinucléons n'est pas freinée avant cette date, il ne reste plus de matière à $T \sim 2,7^\circ\text{K}$. Gamow, en 1948, suppose alors un excès initial de matière sur l'antimatière, tel que :

$$N_B/N_\gamma \sim \frac{N - \bar{N}}{N + \bar{N}} \sim \eta = 10^{-9} \quad (\bar{N} \text{ densité d'antineutrinos})$$

N densité de neutrinos)

Nous verrons que des solutions plus satisfaisantes (théories Grand Unifiées, cosmologie matière-antimatière) sont étudiées aujourd'hui.

Si N_B et N_Q peuvent donc être supposés pratiquement nuls, il n'en est pas de même de N_E et N_M et les neutrinos pourraient jouer un grand rôle dans l'Univers.

Température des neutrinos :

Dans le modèle standard, l'expansion est adiabatique, l'entropie totale dans un volume comobile est conservée dans le temps. Depuis la recombinaison, les photons du rayonnement du corps noir n'interagissent plus avec la matière, le nombre de photons dans un volume comobile est constant. (aujourd'hui, l'entropie de l'Univers est pratiquement dominée par les photons $S = KN_\gamma$).

L'entropie par unité de volume de l'Univers à la température T est proportionnelle à $s \propto N_T T^3$.

N_T est le nombre effectif de particules en équilibre thermique avec le rayonnement, si $KT > mc^2$. Lors de l'ère leptonique, après découplage des neutrinos et antineutrinos, les seules particules abondantes, dans le rayonnement cosmique sont les électrons et positrons. Leur nombre effectif par rapport aux photons peut être estimé par les intégrales de Fermi écrites plus haut et l'on calcule numériquement pour $KT \gg m_e c^2$ que

$$\frac{N_{e^\pm}}{N_\gamma} = \frac{7}{8} \quad \text{soit} \quad \frac{N_{e^+} + N_{e^-}}{N_\gamma} = \frac{7}{4}$$

Avant annihilation des électrons et positrons, le nombre effectif de particules est donc $\frac{11}{4} N_\gamma$, et après annihilation il est N_γ .

Par conservation de l'entropie totale dans un volume comobile,

$S \propto sR^3 \propto N_T T^3 R^3 = \text{cste}$, on a :

$$\frac{11}{4} T_{\text{avant}}^3 = T_{\text{après}}^3$$

soit :

$$T_{\text{ap}} / T_{\text{av}} = (11/4)^{1/3} = 1,4$$

L'énergie de l'annihilation des électrons et positrons se déverse dans le rayonnement cosmique et élève sa température d'environ 40%. Par contre, les neutrinos eux sont complètement indépendants. Leur température reste à son niveau atteint lors du découplage, redshiftée par l'expansion, telle que $RT_\nu = \text{cste}$. Elle reste donc toujours 40% inférieure à celle des photons, Comme d'autre part, avant découplage, le nombre effectif de tous les neutrinos et antineutrinos était $\frac{7}{4} N_\gamma$, on peut déduire le rapport entre les densités d'énergie neutrinos/photons

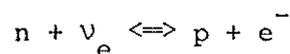
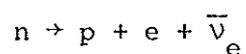
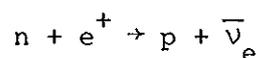
$$\frac{u_\nu}{u_\gamma} = \frac{7}{4} \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} = 0,45$$

ceci dans l'hypothèse où le potentiel chimique des neutrinos est négligeable et $N_E \sim N_H \sim 0$. Si ce n'était pas le cas et si le nombre leptonique électro-
nique N_E par exemple était supérieur au nombre de photons, les neutrinos (ou antineutrinos) seraient dégénérés et leur abondance entraînerait des incompatibilités entre autres dans les abondances "primordiales" estimées aujourd'hui.

V.- SYNTHESE DE L'HELIUM

L'abondance de l'hélium observée aujourd'hui (27% en masse) est trop forte pour pouvoir être expliquée uniquement par la nucléosynthèse stellaire. En effet, le rapport masse/luminosité de notre galaxie est actuellement de 10 en unités solaires M_\odot/L_\odot . Si cette luminosité était restée grossièrement au même niveau pendant $\sim 10^{10}$ ans, l'âge de l'Univers, on en déduirait qu'environ 0,06 MeV par nucléon a été produit depuis l'âge zéro. Or la fusion de l'hydrogène en hélium libère 7 MeV par nucléon, donc seulement 1% de la masse de la galaxie aurait été transformée en hélium par les étoiles. L'essentiel de l'hélium devait donc être déjà présent à la formation des galaxies.

Lorsque la température de l'Univers est supérieure à 10^{10}K , les interactions faibles suivantes peuvent se produire :



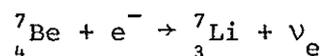
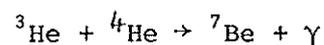
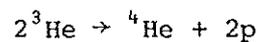
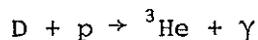
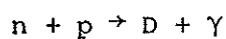
Le rapport d'abondance entre neutrons et protons qui en résulte est :

$$\frac{n}{p} = e^{-\frac{(m_n - m_p)c^2}{KT}}$$

$$\frac{n}{p} = e^{-(1,3\text{MeV})/T}$$

durant toute l'ère leptonique, à la fin de laquelle le rapport n/p est gelé par la disparition des électrons.

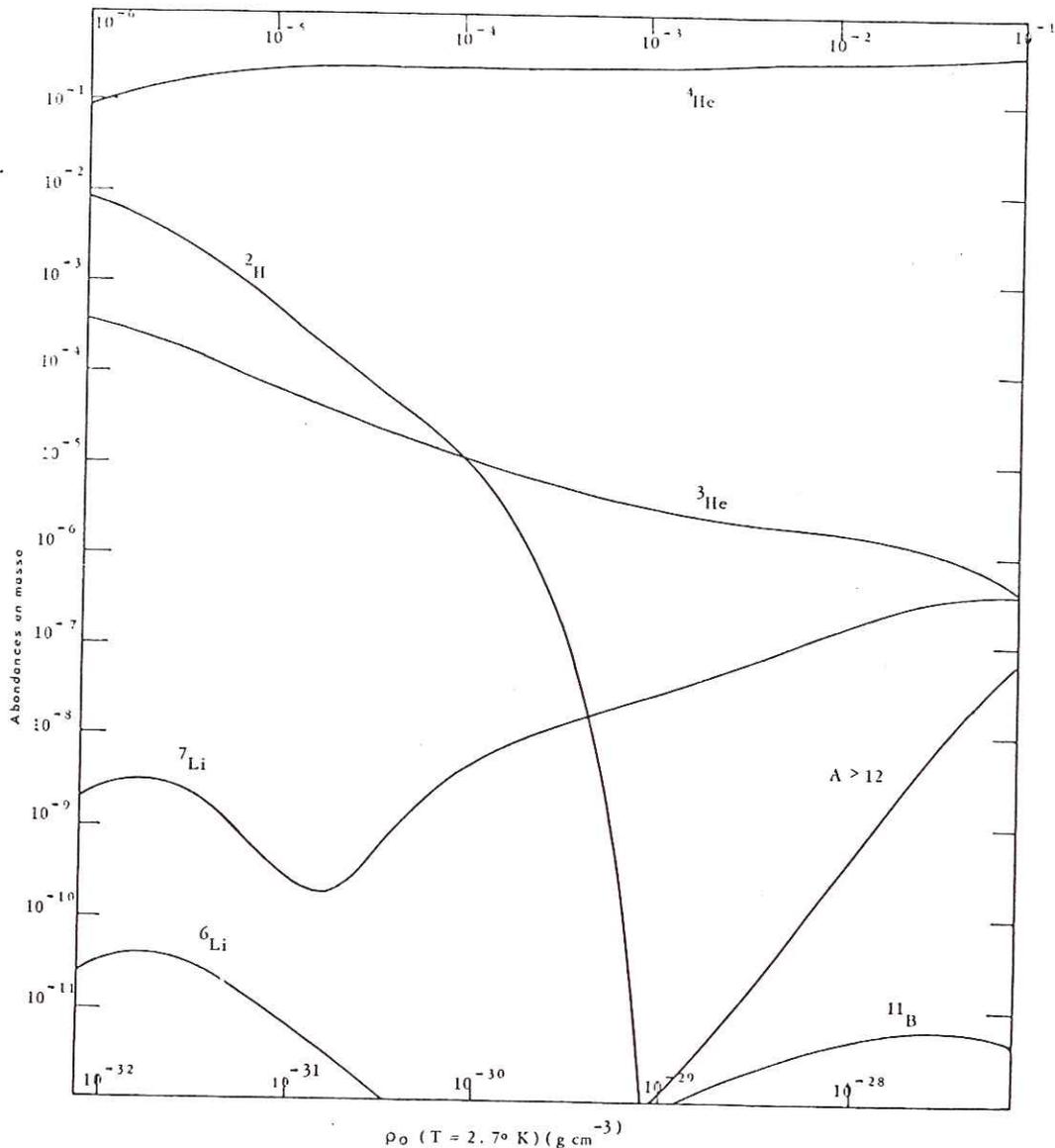
La synthèse de l'hélium fait intervenir la série de réactions nucléaires :



Ces réactions nucléaires (et beaucoup d'autres semblables) ont été incorporées dans des calculs de nucléosynthèse sur ordinateur dont les résultats sont reproduits page suivante.

Abondances finales
obtenues dans le
modèle standard
en fonction de ρ_0 densité.

L'abondance de ^2H , le
deutérium, dépend
fortement de ρ_0 .



Les résultats montrent que l'abondance d'hélium ne dépend que très peu de la densité supposée de l'Univers. Par contre elle dépend surtout du rapport n/p au moment de la synthèse :

$$X(^4\text{He}) = 2n/(n+p) = 0,3$$

(si le rapport n/p est gelé à 0,2 à la fin de l'ère leptonique).

D'autre part certains éléments, et en particulier le deutérium, dépendent fortement de la densité de l'Univers et constituent un test fondamental pour les modèles cosmologiques. L'abondance présente du Deutérium $D/H \sim 2 \cdot 10^{-5}$ suggère que la densité totale actuelle est inférieure à $3 \cdot 10^{-31} \text{ g/cm}^3$, car dans les étoiles le deutérium ne peut qu'être détruit par les réactions nucléaires.

Il s'en suit que l'Univers serait ouvert et infini, et que la masse invisible ne serait que du même ordre de grandeur que la masse observée. Cette conclusion peut être toutefois modifiée très sensiblement dans des modèles non standard, où le nombre leptonique n'est pas nul, où il reste de l'antimatière par exemple, etc...