MECANISMES DE RAYONNEMENT

Parmi les nombreux mécanismes, les plus importants d'un point de vue astrophysique sont le rayonnement continu thermique (poussières, gaz... le rayonnement de freinage, thermique ou non, (régions ionisées, couronnes stellaires...), le rayonnement non thermique, principalement synchrotron et Compton inverse (supernovae, pulsars, quasars...), et bien sûr les raies spectrales (atomes, molécules, raies de recombinaison...).

I .- EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE ET RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

Lorsqu'un système est isolé, ses particules se distribuent après un certain temps caractéristique, entre les différents niveaux d'énergie qu'elles peuvent occuper, de façon à constituer l'équilibre statistique.

Ce dernier dépend des particules considérées (fermions ou bosons), mais à la limite des milieux raréfiés, on obtient la statistique de Boltzmann. Par exemple, un gaz parfait à la température T, aura une distribution de vitesses de Maxwell-Boltzmann:

$$f(v)dv = (\frac{m}{2\pi KT})^{3/2} e^{-(mv^2)/2KT} 4\pi v^2 dv$$

L'énergie cinétique moyenne est $\frac{1}{2}$ m<v²> = $\frac{3}{2}$ KT.

Si l'on compare la population de deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 tels que $E_2 - E_1 = h\nu$, on obtient l'équation de Boltzmann :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \quad e^{-(h\nu)/KT}$$

où $\rm N_1$, $\rm N_2$ sont les populations des deux niveaux et $\rm g_1$ et $\rm g_2$, les poids statistiques correspondants.

La somme $\sum_{i} g_{i}e^{-(Ei)/KT}$ est la fonction de partition du système. Dans la matière en équilibre thermodynamique, la distribution des états des particules impose un certain équilibre au rayonnement en interaction. Sa distribution spectrale obéit alors à la loi de Planck <u>du corps noir</u>. La densité d'énergie du rayonnement est :

$$u_{V}(T) dV = \frac{8\pi h V^{3} dV}{c^{3} (e \frac{hV}{KT} - 1)}$$

(énergie par unité de volume et de fréquence V).

L'intensité totale $4\pi B_{_{\rm V}}$ en un point est égale à la quantité d'énergie qui traverse l'unité de surface, en une unité de temps :

$$A\pi B_{V} = cu_{V}$$

$$B_{V} = \frac{2hV^{3}}{c^{2}} \frac{1}{(e \frac{hV}{KT} - 1)}$$
(Brillance du corps noir)
$$Wm^{-2}H_{2}^{-1} \text{ steradian}^{-1}$$

L'unité de surface du corps noir rayonne dans tout le demi-espace, donc $2\pi f_0^{\pi/2} \quad \cos\theta \sin\theta d\theta = \pi \text{ fois cette intensité. La puissance totale rayonnée,}$ intégrée sur les fréquences :

$$P = \int_0^\infty \pi B_V(T) dV = \sigma T^4$$
 Loi de Stefan (σ constante de Stefan).

La forme de $B_{V}(T)$ est portée en Figure 1. A basse fréquence, elle se développe selon l'approximation de Rayleigh-Jeans :

$$B_{V}(T) \simeq 2KT \frac{V^2}{c^2}$$
 (linéaire en T).

A haute fréquence, la décroissance est brutale :

$$B_{V} \sim V^{3} e^{-(hV)/KT}$$

Le maximum d'intensité se produit pour :

$$T\lambda = 2.96 \text{ mmK}$$
 C'est la loi de Wien.

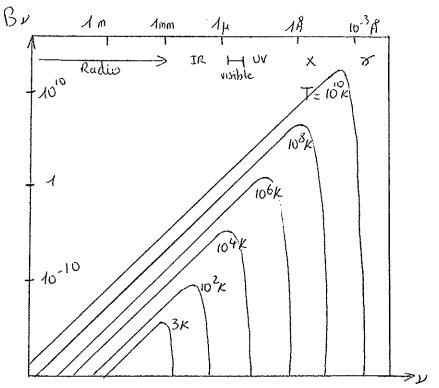


Figure 1

Brillance du corps noir à diffé-

rentes températures.

Si un corps solide quelconque n'absorbe pas complètement le rayonnement, mais seulement une fraction $k_{\mathcal{V}}$, <u>la loi de Kirchoff</u> permet de déduire l'intensité qu'il émet :

$$I_{v} = k_{v}B_{v}$$

Dans les cas particuliers où k_{V} est une constante, indépendante de la fréquence $\mathcal Y$ et de la direction d'émission, on dit que l'on a affaire à un "corps gris".

La loi de Kirchoff s'applique aussi aux gaz, qu'il s'agisse de rayonnement continu ou de raies spectrales.

- Equilibre d'ionisation - loi de Saha.

On peut aussi appliquer les lois de la physique statistique à l'équilibre : $A \iff A^+ + e^-$

Si la vitesse des électrons libres est une distribution maxwellienne à la température T, si n_0 , n_i , n_e sont les densités d'atomes neutres, d'ions et d'électrons respectivement :

$$\frac{n_i n_e}{n_o} = \frac{g_i g_e}{g_o} \frac{(2\pi m KT)^{3/2}}{h^3} e^{-(Wi)/KT}$$
 (équation de Saha)

où Wi est l'énergie d'ionisation, $g_0 g_1$ les poids statistiques des neutres et des ions $(g_0 = 2)$, dans leur état fondamental.

Si d'autres niveaux entrent en ligne de compte, il faudrait remplacer les g par les fonctions de partition respectives (Σ g $e^{-(\epsilon i)/KT}$).

L'équation de Saha ne s'applique pas si l'ionisation est radiative, mais seulement si elle est collisionnelle.

II .- RAYONNEMENT THERMIQUE

- C'est d'abord le cas de certains corps solides qui rayonnent à peu près comme des corps noirs (: planètes, satellites), dans l'infrarouge lointain au delà de 5 μ . Les poussières interstellaires, chauffées par les étoiles environnantes, rayonnent aussi dans l'infra-rouge selon leur température (en T^4).
- Rayonnement de freinage thermique (ou <u>free-free</u>) d'un gaz ionisé. Les électrons subissent l'attraction électrostatique des ions, ils parcourent des trajectoires hyperboliques, dans lesquelles ils sont accélérés et rayonnnent (proportionnellement au carré de cette accélération). Au cours de cette transition, ils passent d'un état "libre" à un autre état "libre" de l'atome éventuel, d'où le nom de "free-free".

On peut montrer que si les électrons ont une distribution Maxwellienne des vitesses, la fréquence des rencontres ions-électrons est donnée, avec une approximation suffisante dans le domaine radio, par :

$$v_{\rm C} = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{{\rm e}^4}{\sqrt{m}} \frac{{\rm N}_{\rm e}}{({\rm KT}_{\rm e})^{3/2}} \ln[1.32 \frac{({\rm KT}_{\rm e})^{3/2}}{{\rm e}^2 \sqrt{m}\omega}]$$

qui dépend légèrement de la fréquence de l'onde ω , car si une interaction proton-électron est efficace pour absorber (ou émettre) un rayonnement à basse fréquence ω (et donc sera comptée comme collision à cette fréquence), elle pourra à haute fréquence n'être pas du tout efficace.

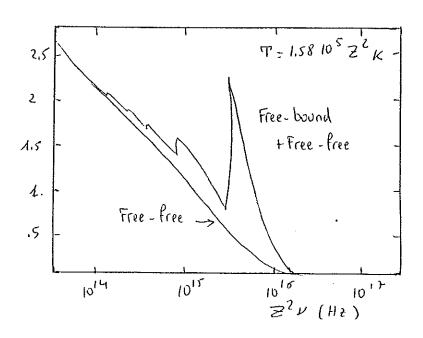
On en déduit un coefficient d'absorption $K_{_{\mbox{\scriptsize V}}}$:

$$K_{V} = \frac{32\pi^{3/2}}{3\sqrt{2}} \frac{e^{6}}{cm^{3/2}} \frac{N^{2}}{(KT)^{3/2}} \frac{1}{\omega^{2}} Ln[1.32 \frac{(KT)^{3/2}}{e^{2}\sqrt{m\omega}}]$$

soit K variant comme $\frac{T_e^{-1}, 5}{e} v^{-2} N_e^2 g(T_e, v)$ où $g(T_e, v)$ est une fonction lentement variable de la fréquence ν et de la température des électrons $T_e^{-1} (N_e^{-1})$ est la densité des électrons)-

Ce rayonnement free-free est observé dans tout le domaine spectral (radio à ultraviolet) dans les milieux ionisés comme les couronnes stellaires, les régions HII, les nébuleuses planétaires. Il est appelé aussi bremsstrahlung thermique (rayonnement de freinage thermique).

- Dans ces gaz ionisés, il existe aussi le rayonnement "free-bound" où l'électron libre se recombine avec un ion, pour retomber sur un état lié (bound). Le rayonnement est continu, mais se détecte par des dis-



continuités dans le spectre : en effet, le rayonnement émis lors des recombinaisons sur un niveau donné se produit toujours à fréquence supérieure au seuil de photoionisation à partir de ce niveau.

- Il existe bien sûr des raies de recombinaison "bound-bound".

III.- RAYONNEMENT NON-THERMIQUE:

Tous les types de rayonnement déjà décrits, s'ils se produisent dans des conditions hors équilibre sont dits non thermiques. Exemple, le rayonnement "free-free" (ou de freinage) non thermique, émis par un jet d'électrons traversant une région ionisée (distribution de vitesses des électrons non Maxwellienne). De même les raies spectrales d'un milieu hors équilibre. Le rayonnement non thermique le plus important en astrophysique est le rayonnement synchrotron.

A.- Rayonnement synchrotron

Il s'agit du rayonnement émis par des électrons relativistes tournant dans un champ magnétique. Son nom "synchrotron" vient du fait que sa première identification a été faite au laboratoire dans les grands accélérateurs. On l'appelle aussi rayonnement de freinage magnétique.

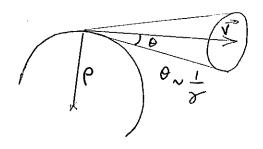
Dans sa trajectoire hélicoïdale autour du champ magnétique B, l'électron est accéléré et rayonne.

Pour calculer les caractéristiques du rayonnement, il faut effectuer un traitement relativiste, en tenant compte du champ électromagnétique émis par l'électron au temps retardé:

$$t' = t - \frac{R(t')}{C}$$

t' est l'instant d'émission, t l'instant de réception du signal par l'observateur, $\overrightarrow{R}(t')$ le vecteur électron-observateur, pris au temps retardé. On peut ainsi montrer (cf. T.D.) que le rayonnement émis par l'électron est concentré dans un pinceau très étroit autour de la direction de sa vitesse \overrightarrow{v} . La puissance totale rayonnée par l'électron est :

$$U = \frac{e^4}{6\pi} \frac{\mu_0^c}{m^2}$$
 $B_{\perp}^2 \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2$



où B, est le champ magnétique (plus précisément sa projection perpendiculairement à la vitesse v de l'électron), E l'énergie totale de l'électron, e et m sa charge et sa masse.

La répartition spectrale du rayonnement d'un électron présente un maximum pour une fréquence caractéristique :

$$v_{C} = \frac{e}{m} B_{+} (\frac{E}{mc^{2}})^{2}$$

et peut s'écrire, en fonction de la fréquence réduite $x = v/v_c$

$$I(\nu) = B_{\perp}F(x)$$

où F(x) est une fonction qui décroît exponentiellement dès que $x \ge 1$. La fréquence caractéristique V_C correspond, pour un électron d'1 Gev d'énergie, et pour un champ $B_L = 10^{-6}$ gauss, typique du milieu interstellaire, à une fréquence radio, de longueur d'onde 20 m; mais il peut exister du rayonnement synchrotron visible, ou même en rayon X, dès que la source possède un champ magnétique intense, ou que les électrons sont accélérés à des milliers de Gev (B $\sim 10^{10} G$ dans une étoile à neutrons).

- Rayonnement d'un ensemble d'électrons relativistes :

Si la distribution d'énergie des électrons a la forme d'une loi de puissance :

$$N(E) dE \alpha E^{-\gamma} dE$$

on peut montrer qu'alors le spectre de fréquence du rayonnement synchrotron global a aussi une loi de puissance :

$$F(v) \propto v^{-(\gamma-1)/2} B_{\perp}^{(\gamma+1)/2}$$

En effet, cette distribution spectrale s'obtient en sommant sur la distribution d'énergie N(E) les contributions de chaque électron :

$$F(\nu) \propto \int_{E} B_{\perp}F(x)N(E)dE$$
 $(x = \nu/\nu_{C})$

où $v_{\rm c}$, la fréquence caractéristique, varie comme ${\bf B_{\perp}E}^2$.

Exprimons E en fonction de x, pour faire apparaître les dimensions B_{\perp} et V:

$$E \alpha (V_C/B_{\perp})^{1/2} = (V/B_{\perp}x)^{1/2}$$

dE
$$\alpha \frac{1}{2} \left(\frac{v}{Bx} \right)^{-1/2} \left(- \frac{vdx}{B_1 x^2} \right)$$

et
$$F(V) \propto v^{-(\gamma-1)/2} B_{\perp}^{(\gamma+1)/2} f_{F(x)} x^{(\gamma-3)/2} dx$$

d'où la dépendance cherchée.

 $\alpha = (\frac{\gamma - 1}{2})$ est appelé indice spectral du rayonnement. On peut aussi montrer que le rayonnement synchrotron possède une forte polarisation linéaire perpendiculaire à la direction du champ magnétique. Ce type de rayonnement se retrouve très fréquemment dans le domaine radio, dans les galaxies, les quasars et bien sûr les pulsars et restes de supernovae.

Le pulsar du Crabe notamment émet un rayonnement synchrotron qui s'étend dans le visible et l'ultraviolet.

B. Rayonnement Compton Inverse:

Ce mécanisme est en fait le même que la diffusion Compton classique d'un photon de haute énergie par un électron au repos dans le laboratoire:

Me'canisme Compton direct.

Dans le Compton inverse, l'électron se déplace à une vitesse relativiste, il suffit d'effectuer un changement de repère (transformation de Lorentz). Le mécanisme est appelé "inverse" car ici c'est l'électron qui fournit de l'énergie au photon incident et le transforme en photon très énergétique (X ou γ).

Ce type de rayonnement peut se trouver dans les sources intenses synchrotron, où les électrons relativistes perdent de l'énergie au profit des photons radio qui viennent d'être émis par le même ensemble d'électrons. Il se produit aussi dans l'espace galactique, où les rayons cosmiques transforment les photons radio du corps noir à 3 K en rayons γ.

Le rapport entre les fréquences des photons diffusés et incidents est :

$$\frac{v'}{v} \ll (\frac{E}{mc^2})^2$$

où E est l'énergie des électrons relativistes.

De même que pour le synchrotron, on peut calculer le spectre Compton résultant de la diffusion sur le corps noir à 3K (par exemple) d'un ensemble d'électrons relativistes, dont la distribution en énergie est une loi de puissance :

$$N(E) dE \alpha E^{-\gamma} dE$$

La fréquence caractérique ayant la même dépendance en ${\tt E}^2$, on en déduit un spectre en loi de puissance :

$$F(v) \propto v^{-(\gamma-1)/2}$$

C. Raies spectrales

Il est assez fréquent dans le milieu interstellaire d'observer des raies provenant d'un milieu hors équilibre. Dans certains cas extrêmes il peut même exister des inversions de populations entre deux niveaux : il y a alors un effet maser d'amplification du rayonnement. La température

d'excitation de la raie définie comme :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(hv)/KT} ex$$

(où g₁ et g₂ sont les poids statistiques des
2 niveaux).

 T_{ex} est négative $(N_2/g_2 > N_1/g_1)$.

Les mécanismes de "pompage" permettant cette inversion de population seront détaillés plus loin.

IV .- CHAMP ET TRANSFERT DE RAYONNEMENT

1) Définition de l'intensité et du flux

L'intensité d'une source, c'est-à-dire l'énergie émise par seconde, par m² de surface, par Hertz et par stéradian, est le module du vecteur de Poynting du rayonnement électromagnétique

$$I_{v} = |s| = c\epsilon_{0}E^{2}$$
 (en unités MKS)
= $\frac{c}{4\pi} E^{2}$ (en ES CGS)

ici pour une seule polarisation linéaire.

Le flux reçu par l'observateur par unité de surface est l'intégrale de cette intensité sur toutes les directions du rayonnement qui atteignent la surface réceptrice :

$$F_{V} = \int I_{V} \cos \theta d\Omega$$

$$F_{v} = \int_{\theta=\hat{0}}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} I_{v}(\theta,\phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

Le flux est une puissance par unité de surface et de fréquence

$$(Wm^{-2}Hz^{-1})$$

L'intensité d'une source ne dépend pas de la distance de cette source, par contre le flux reçu varie en $1/D^2$.

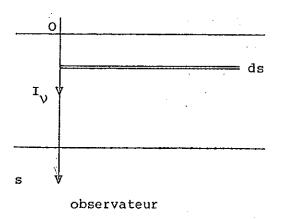
L'optique des télescopes augmente le flux reçu (concentration de la lumière dans un angle solide restreint) mais pas l'intensité de la source (l'absorption par les lentilles tendrait plutôt à diminuer l'intensité, par contre).

2) Transfert de la lumière à travers un milieu :

Ce milieu peut être atomique, moléculaire, ou plus généralement émettre et absorber un rayonnement continu. Nous considérerons deux niveaux 1 et 2, éventuellement non quantifiés. Pour des niveaux quantifiés il existe trois processus d'interaction matière-rayonnement :

- . émission spontanée-probabilité par unité de temps \mathbf{A}_{21}
- . absorption avec une proba par seconde $\mathrm{B}_{12}^{\mathrm{I}}_{\mathrm{V}}$
- émission induite (ou stimulée) """ B₂₁I_V

les photons incidents et stimulés sont en cohérence de phase- $^{\rm A}_{21}$, $^{\rm B}_{12}$ et $^{\rm B}_{21}$ sont les coefficients d'Einstein.



Considérons un rayonnement d'intensité I qui traverse le milieu (nuage interstellaire par exemple) dans une direction perpendiculaire.

On appelle s la coordonnée selon la ligne de visée. On suppose qu'il n'y a pas de diffusion qui redistribuerait I, dans toutes les di-

rections. Si K_V est le coefficient d'absorption du milieu, à travers une tranche ds, l'absorption est K_V ds : $dI_V = -K_V I_V$ ds.

Si, de plus, le milieu a sa propre émissivité $\mathbf{j}_{_{\mathbf{V}}}$, on peut écrire l'équation de transfert :

$$\frac{dI_{v}}{ds} = - K_{v}I_{v} + j_{v}$$

Introduisons l'épaisseur optique : $\tau_{v} = f_{o}^{s} K_{v} ds$

ou différentiellement : $d\tau_v = K_v ds$

 $\tau_{V}(O,s)$ représente l'absorption de tout le milieu, c'est une quantité sans dimension. Si l'on définit $S_{V}=j_{V}/K_{V}$ la fonction source du milieu, l'équation de transfert s'écrit :

$$\frac{dI_{v}}{d\tau_{v}} = S_{v} - I_{v}$$

S'il existe deux niveaux quantifiés l et 2, on peut exprimer $K_{_{\!\!\!\!\!V}}$ et $j_{_{\!\!\!\!\!V}}$ en fonction des coefficients d'Einstein :

$$K_{V} = N_{1}B_{12}hV - N_{2}B_{21}hV$$

 $J_{V} = N_{2}A_{21}hV$

En effet, on convient de faire entrer l'émission induite dans K_{V} comme une absorption négative, et ce pour conserver j_{V} indépendant de I_{V} -(uniquement émission spontanée)-

Pour obtenir des relations entre les coefficients d'Einstein, examinons le cas d'un système en équilibre thermodynamique :

alors

$$S_{V} = I_{V} = B_{V} = \frac{2hV^{3}}{c^{2}} \left(\frac{1}{e^{\frac{hV}{\mu m}} - 1} \right)$$

or :
$$S_{V} = \frac{J_{V}}{K_{V}} = \frac{N_{2}A_{21}}{N_{1}B_{12} - N_{2}B_{21}} = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{N_{1}}{N_{2}}\frac{B_{12}}{B_{21}} - 1} = \frac{2hV^{3}}{c^{2}} \frac{1}{(e \frac{hV}{KT} - 1)}$$

5i le milieu est en équilibre, on a la relation de Boltzmann entre les populations $N_2/N_1 = (g_2/g_1)e^{-(hv/kT)}$

d'où:

$$\frac{\frac{A_{21}/B_{21}}{g_{1}^{B_{12}} e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1)} = \frac{2h\nu^{3}}{c^{2}} \frac{1}{(e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1)}$$

Cette égalité étant vraie, quelle que soit la température T :

$$A_{21}/B_{21} = 2hv^3/c^2$$
 $g_1B_{12} = g_2B_{21}$ et l'expression du coefficient d'absorption devient :

$$K_{V} = \frac{c^{2}}{2V^{2}} A_{21}N_{1} \frac{g_{2}}{g_{1}} (1 - \frac{g_{1}}{g_{2}} \frac{N_{2}}{N_{1}})$$

Même si l'équilibre thermodynamique n'est pas réalisé, on définira la température d'excitation T_{ex} correspondant à la transition $2 \to 1$ par :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(hv)/KT_{ex}}$$

et sous une forme générale :

$$K_{V} = \frac{c^{2}}{2V^{2}} A_{21} N_{1} \frac{g_{2}}{g_{1}} (1 - e^{-(hV)/KT_{ex}})$$

Le terme exponentiel dans cette expression représente l'émission induite. On s'aperçoit tout de suite que son importance dépend du domaine de fréquences. En optique $h_{\mathcal{V}} >> \mathrm{KT}_{\mathrm{ex}}$, ce terme est négligeable ($\mathrm{K}_{\mathcal{V}}$ se réduit à l'absorption simple). Par contre, en radio, $\mathrm{K} \simeq \frac{\mathrm{c}^2}{2\mathrm{V}^2}\,\mathrm{A}_{21}\mathrm{N}_1\,\frac{\mathrm{g}_2}{\mathrm{g}_1}\,\frac{\mathrm{h}\mathrm{V}}{\mathrm{KT}_{\mathrm{ex}}}$ ($h_{\mathcal{V}} << \mathrm{KT}_{\mathrm{ex}}$). K dépend cette fois directement de T_{ex} et des populations des niveaux. En particulier, on voit sur cette formule que s'il y a inversion de population (c'est-à-dire T_{ex} négatif et $\mathrm{N}_2/\mathrm{g}_2 > \mathrm{N}_1/\mathrm{g}_1$) il y a amplification du rayonnement par le milieu :

$$K_{v}$$
 est négatif et $dI_{v}/ds = |K_{v}|I_{v}$

C'est <u>l'effet maser</u> (qui se produit fréquemment dans les enveloppes circumstellaires ou dans les nuages moléculaires, près des protoétoiles -il concerne généralement les molécules OH, H₂O, CH, SiO').

> 3) <u>Solution de l'équation de transfert</u> (sans diffusion) : La solution formelle peut s'écrire :

$$I_{v} = I_{o}e^{-\tau(s,o)} + \int_{0}^{s} e^{-\tau(s,s')} k_{v} S_{v} ds'$$

En effet, le premier terme est seulement l'intensité extérieure au milieu qui ressort du côté observateur, absorbée de la quantité T(s,o) = épaisseur optique totale du milieu. Le deuxième terme est la somme, sur toutes

tranches ds' du milieu, de l'émissivité $j_V = S_V K_V$ de la tranche considérée, absorbée par tout le milieu entre cette tranche et l'observateur = $\tau(s,s')$.

Même si le milieu n'est pas en équilibre thermodynamique, on peut définir une température d'excitation T_{ex} à la fréquence V: telle que $S_V = B_V(T_{ex})$.

Si l'on suppose $T_{\mbox{ex}}$ uniforme dans le milieu, la solution précédente s'écrit :

$$I_{v} = I_{bq} e^{-\tau_{v}} + B_{v}(T_{ex}) (1 - e^{-\tau_{v}})$$

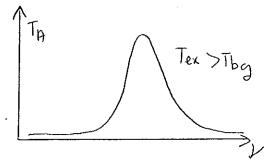
 $T_{\mathcal{V}}$ est l'épaisseur optique totale du milieu à la fréquence \mathcal{V} et Ibg est l'intensité du fond du ciel, derrière le milieu considéré ("background"). Comme, en général, une observation consiste à comparer l'intensité venant de la source à celle venant du fond du ciel, on retranche cette dernière et l'intensité mesurée est en fait :

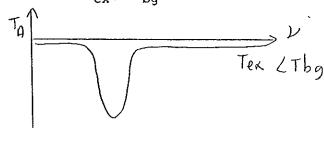
$$[B_{V}(T_{ex}) - B_{V}(T_{bq})](1 - e^{-T})$$

Dans le domaine radio, h $V \le KT$, l'approximation de Rayleigh-Jeans donne : $B_V(T_{ex}) = 2k \ T_{ex} \frac{v^2}{c^2}$, et :

$$T_A = (T_{ex} - T_{bg})(1 - e^{-T})$$

 T_A est la température d'antenne, et $T_{
m bg}$ la température du fond du ciel. Sur cette expression, on voit nettement apparaître deux cas de figure, pour le spectre d'une source, selon que $T_{
m ex}>T_{
m bg}$ ou non :





Le fond du ciel peut être une source de rayonnement continu (une région HII, une radiosource extragalactique...) ou bien dans tous les cas, il y a la température $T_{\rm bg} = 3 \rm K$ du corps noir, relique du Big-Bang.

. Cas particulier des masers :

la raie est toujours en émission, et puisque T_{ex} et τ sont négatifs : $T_{A} = (e^{\left|\tau\right|} - 1) (T_{bg} + \left|T_{ex}\right|)$

. Cas d'un milieu optiquement mince : $\tau << 1$

(c'est en général le cas de la raie à 21cm de l'hydrogène atomique) : $T_A \simeq (T_e - T_{bg}) \tau$

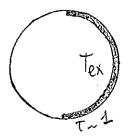
donc, si l'on connaît par ailleurs la température T_{ex} , on peut en déduire le nombre d'atomes sur la ligne de visée :

car
$$\tau = \int K_{V} ds = \frac{c^{2}}{2V^{2}} A_{21} \frac{g_{2}}{g_{1}} \frac{hV}{KT_{ex}} \int N_{1} ds$$
(d'où l'on tire $N_{tot} = \int N_{1} ds$)

. Cas d'un milieu optiquement épais : τ >> 1

$$T_A \simeq (T_{ex} - T_{bq})$$

La raie est saturée. L'intensité reçue est indépendante du nombre d'émetteurs sur la ligne de visée. En effet, le milieu est opaque



à son propre rayonnement et tous les photons sont réabsorbés par le milieu, sauf ceux émis par une mince pellicule en surface.

L'intensité n'est plus fonction que de la température de cette surface. On ne peut rien explorer au delà d'une zone où l'épaisseur optique vers l'observateur est de l'ordre de l. Exemple : la molécule CO dans sa transition $J=1 \rightarrow 0$ à 2,6 mm est en général optiquement épaisse dans les nuages moléculaires de la Galaxie. Pour explorer le nuage, on observe la raie de la molécule isotropique 13 CO (à 2,7 mm) qui, elle, est en général optiquement mince, car beaucoup moins abondante.

. Cas de l'émission continue des régions HII :

Revenons à l'émission free-free, ou rayonnement de freinage thermique, des électrons libres lors de leur rencontre avec les ions.

La dépendance du coefficient d'absorption $K_{\mathcal{V}}$ avec la fréquence \mathcal{V} , la température T et la densité électronique N est :

$$K_{y} \sim T^{-3/2} v^{-2} N^{2}$$

L'épaisseur optique τ , intégrée sur la ligne de visée, fait intervenir $E_{\rm m}$ la "mesure d'émission"

$$\mathcal{E}_{m} = \int N^{2} ds \text{ (en cm}^{-6} \cdot pc)$$

$$\tau_{v} \propto T^{-3/2} v^{-2} \mathcal{E}_{m}$$

- L'épaisseur optique varie nettement avec la fréquence, et à l'intérieur du domaine radio, on considère deux zones :
 - (1) Haute-Fréquence, milieu optiquement mince::

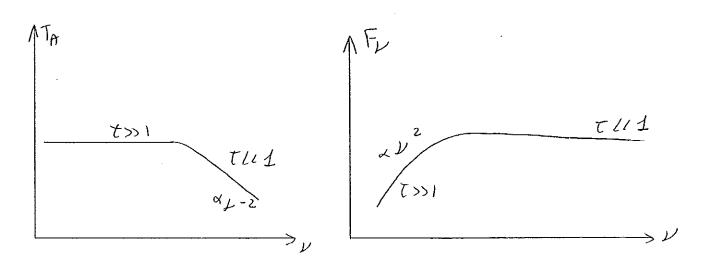
$$\tau \ll 1 \qquad T_{A} = (T_{ex} - T_{bg})\tau$$

$$v T^{-1/2}v^{-2} \mathcal{E}_{m}$$

(on néglige ici $T_{\rm bg} \sim 3$ K, devant la température de la région ionisée de l'ordre de $10^4 {\rm K}$).

(2) Basse-Fréquence, τ >> 1

 $T_A = T$ (indépendant de la densité du milieu et de la fréquence)



L'expression du flux reçu est, par définition :

$$F_{\mathcal{V}} \propto \frac{2kT_{A}\mathcal{V}^{2}}{c^{2}} \qquad \text{soit} : F_{\mathcal{V}} \propto T^{-1/2} \underset{m}{\mathcal{E}_{m}} \qquad \text{pour } \tau << 1$$
 et $F_{\mathcal{V}} \propto T\mathcal{V}^{2}$ pour $\tau >> 1$, à basse fréquence.

D'où les spectres caractéristiques du rayonnement thermique des régions ionisées (régions HII, nébuleuses planétaires, etc ...).

[En fait, dû à la faible variation de la fonction g(T,V) en $V^{-0.1}$, apparaissant dans l'épaisseur optique (cf. "rayonnement thermique") la partie haute fréquence du flux F_V n'est pas rigoureusement constante, mais varie en $V^{-0.1}$.

La partie basse fréquence, elle, varie bien rigoureusement en $\nu^2.$