Interactions de Marée entre Galaxies

Simulations Numériques

Objectif: Simuler essentiellement les parties externes du disque des galaxies spirales et ses déformations lors d'une interaction de marée. Les forces de marée dans le référentiel de la galaxie cible étant proportionnelles à r^2, elles sont négligeables au centre, et concernent surtout le bord du disque. Il est donc légitime dans une première approximation, d'utiliser un modèle simple de particules-test, et de ne pas prendre en compte la self-gravité des étoiles et du gaz.

Modèle: Nous allons considérer des particules sans masse, et suivre leur trajectoire dans le potentiel conjugué des deux galaxies en interaction. La trajectoire relative des deux galaxies est un problème à deux corps: on représente les deux galaxies par deux potentiels sphériques, dits de Plummer (potentiel $\Phi(r) = -GM/(r^2+b^2)^{1/2}$); le problème est donc un *problème à 3 corps restreint.*

<u>1er corps:</u> Le noyau de la galaxie G, de masse M, à symétrie sphérique. A grande distance de sa taille caractéristique b, on peut le considérer comme une masse ponctuelle.
<u>2ème corps:</u> le compagnon C, de masse μM. Potentiel $\Phi'(r)$.
<u>3ème corps:</u> La particule-test T, de masse négligeable.

Paramètres géométriques:

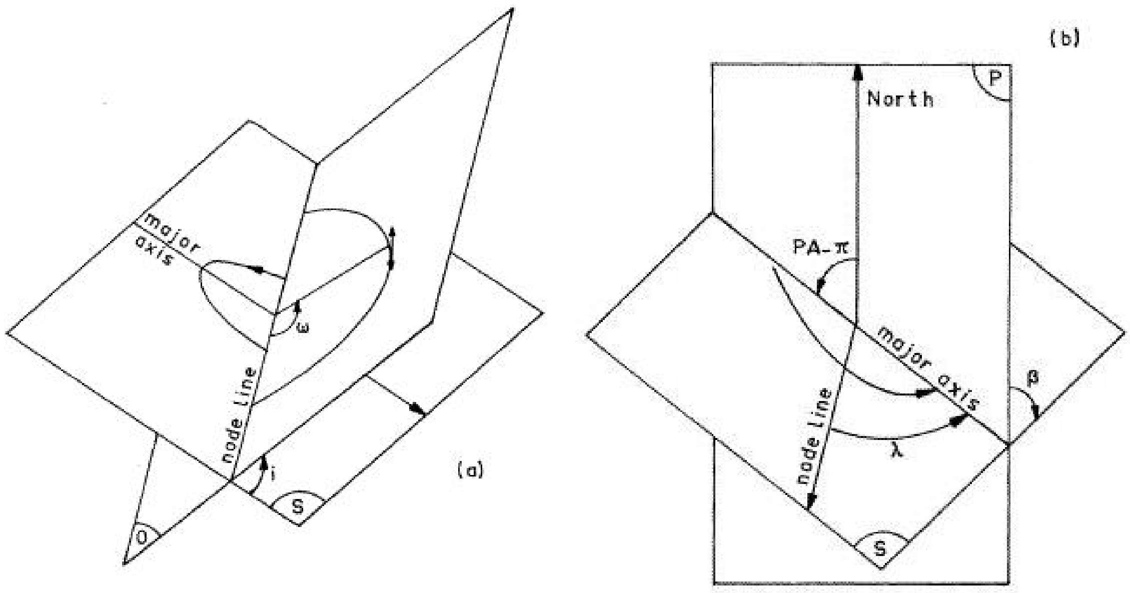
i inclinaison du plan de l'orbite, par rapport au plan de la Galaxie cible

ω angle entre la ligne des nœuds et le péricentre, dans le plan de l'orbite
ω (argument du péricentre)

β inclinaison du plan de la galaxie cible sur le plan du ciel

PA "position angle" de la galaxie cible (par rapport au Nord)

λ longitude de vue



Calcul de la trajectoire de C autour de G:

On néglige la perte d'énergie orbitale, due à la friction dynamique lors de l'interaction. L'orbite relative est donc une conique: parabole, ellipse ou hyperbole (E=0, <0, ou >0). pour la calculer, on se place dans les coordonnées relatives de la particule fictive, de masse réduite $m = \mu M/(1+\mu)$

Deux constants du mouvement: énergie E, et moment cinétique Lz.
En coordonnées polaires (r, θ z), où Oz est perpendiculaire au plan de l'orbite:

$Lz = m\, r^2\, \theta^*$ $\qquad\qquad E = m/2\ (r^{*2} + r^2\, \theta^{*2}) + V(r)$

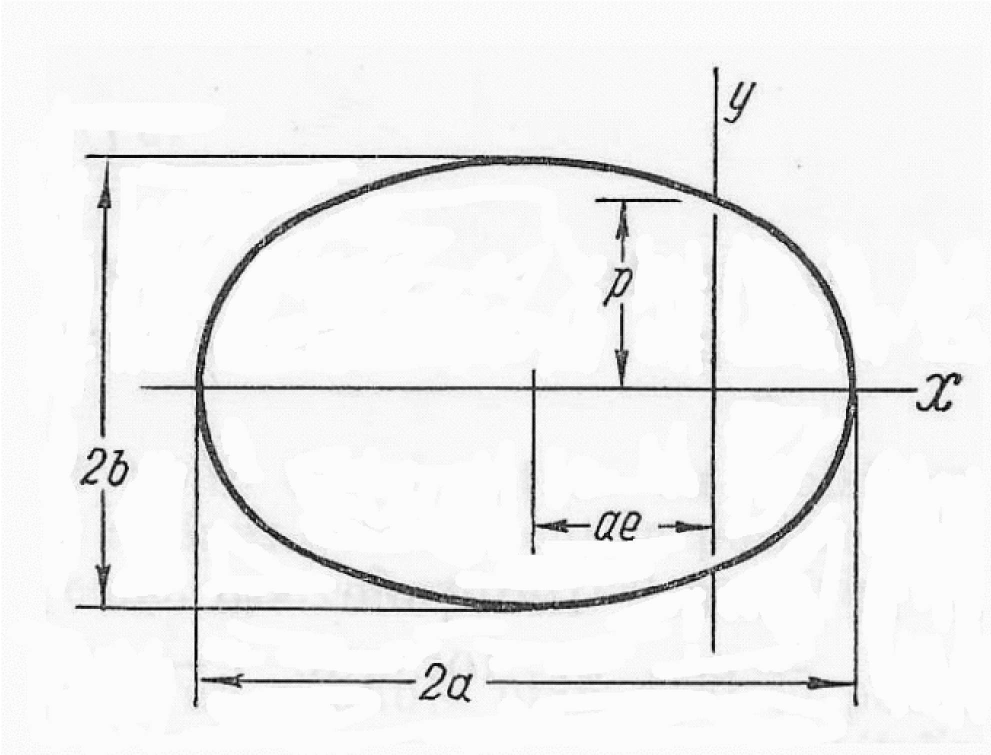
avec $V(r) = G\mu M^2/ (r^2 + b^2 + b'^2)^{1/2} = G\mu\, M^2/r$ (dès que $b \ll r$, $b' \ll r$)

$E = mr^{*2}/2 + Lz^2/(2mr^2) + V(r)$

d'où les intégrales:

$t = f\ dr / [\ 2/m\, (E-V - Lz^2/(2mr^2))\ ]^{1/2}$

$\theta = Lz/(2m)^{1/2}\, f\ dr/r^2 /[E-V- Lz^2/(2mr^2)]^{1/2}$



L'intégration de la deuxième donne: $r = p/(1+e\cos\theta)$

avec $p = Lz^2 / (mGM^2\mu)$ $e^2 = 1 + 2ELz^2/[mG^2M^4\mu^2]$

Pour avoir la loi horaire en coordonnées paramétriques:

Posons $a = p/(1-e^2) = -G\mu M^2/(2E)$ et $r - a = -a\, e\, \cos(\phi)$

On obtient :

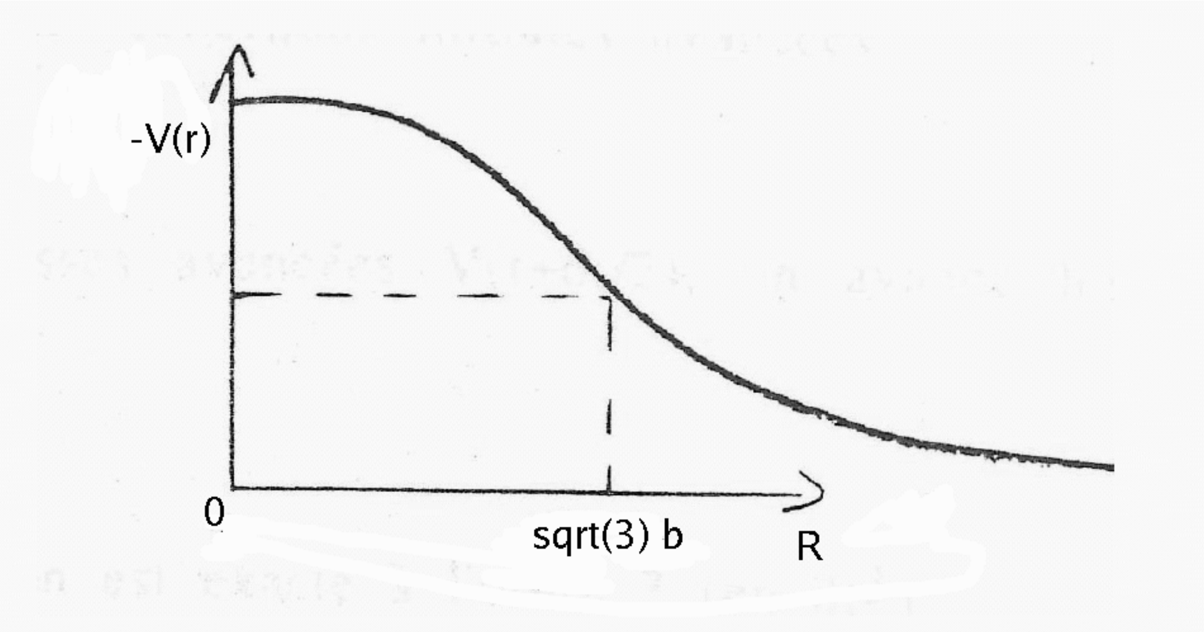
$t = a^{3/2}\ [GM(1+\mu)]^{-1/2}\ [\phi - e\sin(\phi)]$

$r = a(1 - e\cos\phi)$ $r_{min} = a(1-e)$

Potentiel à courte distance pour les particules test:

$\Phi(r) = -GM/(r^2 + b^2)^{1/2}$

$\mathbf{F}(r) = -GM\,\mathbf{r} / (r^2 + b^2)^{3/2}$



Réferentiel choisi:

On se place dans le référentiel où la galaxie cible (G) est immobile. C'est un référentiel en translation accélérée.

la force d'inertie correspondante est la force d'attraction exercée par la compagnon C sur G.

$\mathbf{F}_{inertie}$ = -GµM **D**/D3, où **D** = **GC**

La force s'exerçant sur T est donc la somme de trois termes:

$\mathbf{F}_C + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_{inertie}$

Conditions initiales:

-Répartir les particules au hasard, dans la limite d'une distribution radiale fixée:

σ (r) = σo exp(-r/ro)

- Partir d'un équilibre gravitationnel de rotation, sans dispersion de vitesses, où la force centrifuge équilibre l'attraction de G.

Avancement des particules:

Méthode dite à "saute-mouton", ou leap-frog, la plus simple.

a) Connaissant les positions X(t), on en déduit les accélérations F(t), fonction des positions.

b) Connaissant les vitesses à l'instant dt/2 inférieur V(t-dt/2), on déduit
V(t+dt/2) = V(t-dt/2) +dt F(t)

Pour cela, on calculera au départ les positions initiales avancées:
X(dt/2) = X(0) + V(0)*dt/2

c) connaissant maintenant les vitesses avancées: V(t+dt/2), on avance les positions:

X(t+dt) = X(t) +dt*V(t+dt/2)

On peut ainsi montrer que la solution est exacte à l'ordre 3 (en dt^3), en effet:

$X(t+dt) = X(t) + dt*V(t) + dt^2/2\ F(t) + O(dt^3)$

or $V(t) = V(t+dt/2) - dt/2\ F(t) + O(dt^2)$

d'où $X(t+dt)= X(t) + dt*V(t+dt/2) + O(dt^3)$

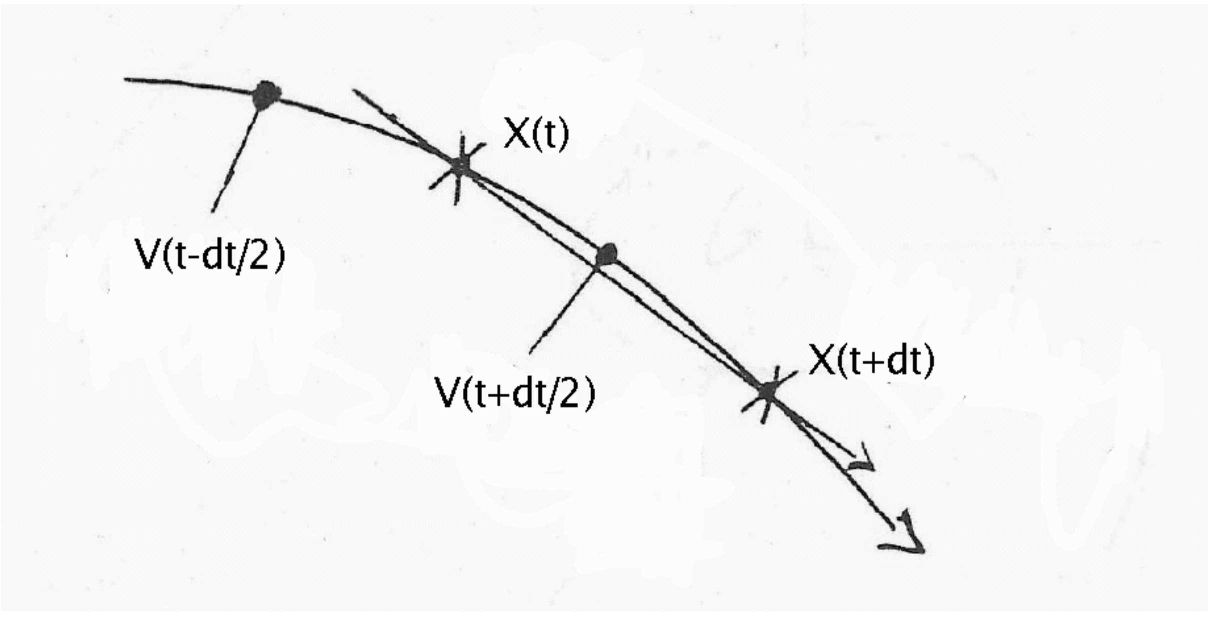
Puisque l'équation de la loi horaire de l'ellipse du mouvement de C est implicite, on peut aussi la calculer numériquement, et l'intégrer au système d'équations.

Programme de sortie et de dessin:

--Sortir les intégrales du mouvement E et Lz, pour vérifier leur conservation

-- Calculer, en moyenne, le gain en énergie des particules test

-dessiner l'aspect global du système (toutes les particules, ave la position de C et G) dans le plan de l'orbite, dans le plan du ciel...

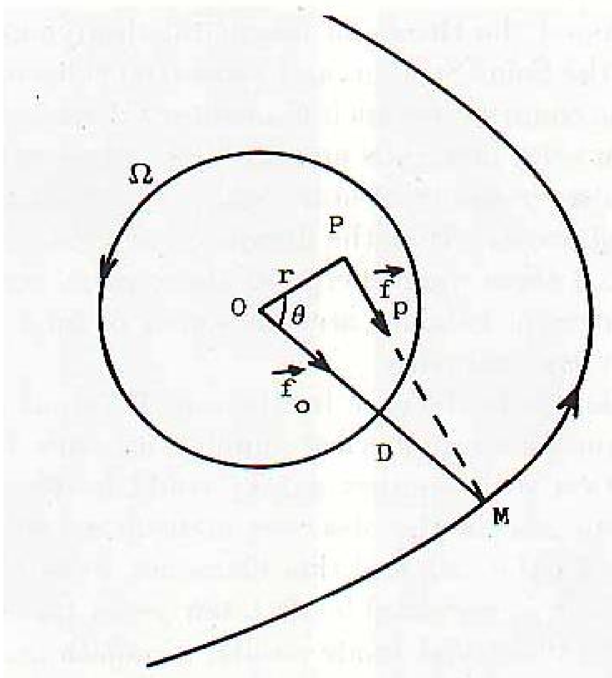


Développement au premier ordre du potentiel de marée

Les forces de marée sont la différentielle sur le plan de la galaxie cible des forces de gravité du compagnon
Ftid $\sim GMd/D^3 V = -GM\,(r^2 + D^2 - 2rD\cos\theta)^{-1/2}$

Principe des forces de marée : On se place dans le référentiel immobile avec O

Les forces sur le point P sont l'attraction de M (compagnon)
- force d'inertie (attraction de M sur O)

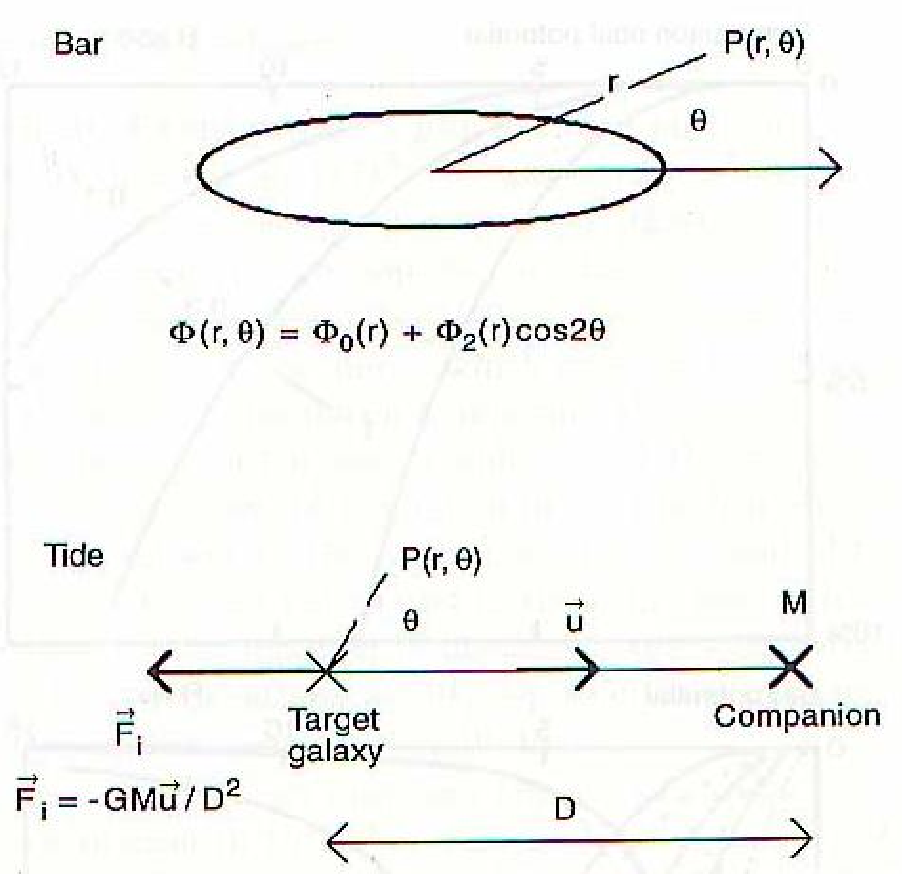


Inertie $-Gm\mathbf{u}/D^2$
$\mathbf{u}$ vecteur unité selon OM

$V_{tot} = -GM\,(r^2 + D^2 - 2rD\cos\theta)^{-1/2}$
$+ GM/D^2\, r\cos\theta + \text{cste}$

Après développement
$V = -GM\, r^2/D^3\,(1/4 + 3/4\cos 2\theta) + \ldots$

Analogie entre perturbations Barre/Compagnon



Forces de marée perpendiculaires

$Fz = D \sin i \, GM \, [(r^2 + D^2 - 2rD \cos\theta \cos i)^{-3/2} - D^{-3}]$
$\quad = 3/2 \, GMr/D^3 \sin 2i \cos\theta$

perturbation m=1
==> warp du plan